



GOBIERNO DE
MÉXICO

SALUD
SECRETARÍA DE SALUD

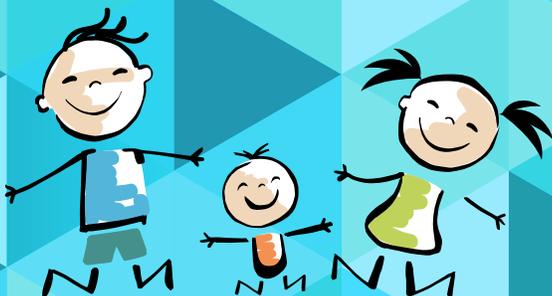
SNDIF
SISTEMA NACIONAL PARA
EL DESARROLLO INTEGRAL
DE LA FAMILIA



Sin despegar el lápiz

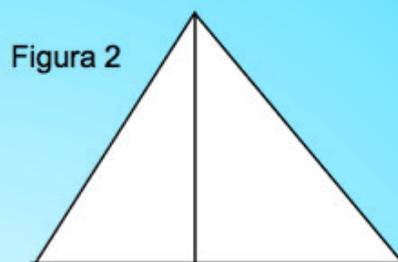
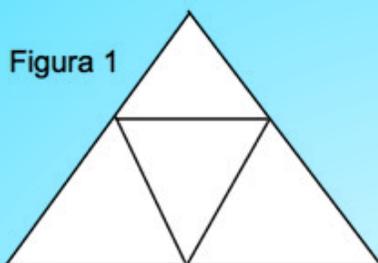
[Secundaria]

Elaborado por Luz Arely Carrillo Olivera.



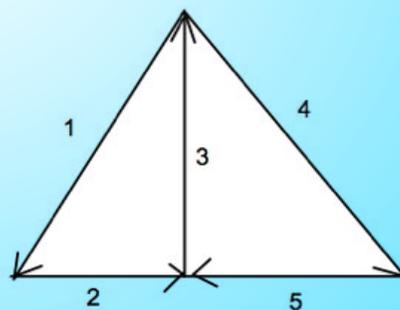
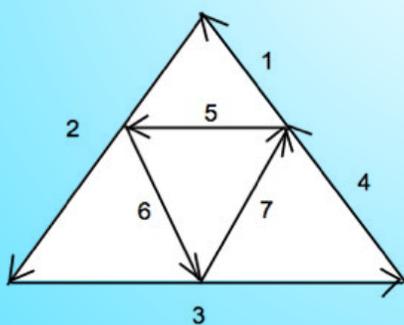
DivertiDIF

Intenta recorrer cada una de las siguientes figuras sin despegar el lápiz y sin recorrer dos veces la misma línea, aunque sí se vale pasar más de una vez por los vértices (un vértice es un punto en el que se juntan dos o más líneas).



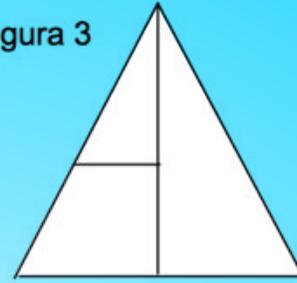
En geometría hay una serie de retos que consisten en realizar figuras de un solo trazo, es decir, sin despegar el lápiz y sin pasar dos veces por un camino ya recorrido.

La forma en la que se puede hacer ese recorrido no es única y aquí te mostramos una solución posible para cada figura. Los números indican el orden en el que tienes que recorrer cada línea.



Te invitamos a que trates de hallar otra forma de recorrer cada una de las figuras anteriores, sin despegar el lápiz y sin pasar dos veces por el mismo recorrido.

Figura 3

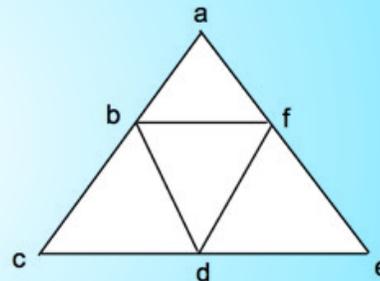


Ahora, intenta realizar el siguiente trazo sin despegar el lápiz.

Por más que lo intentes, ¡nunca vas a poder conseguirlo!, y eso no se debe a que te falte habilidad o tiempo: no importa cuánto lo intentes, no lo vas a poder lograr.

La imposibilidad de este tipo de trazos la demostró Leonhard Euler, quien fue un matemático y físico suizo, nacido en 1707. Él realizó muchos trabajos sobre el análisis de trazos y gráficas, entre muchas otras áreas de las matemáticas en las que se interesó.

Para comprender el trabajo de este matemático, vamos a fijarnos en los vértices de la siguiente figura y a contar cuántas líneas se juntan en esos vértices:



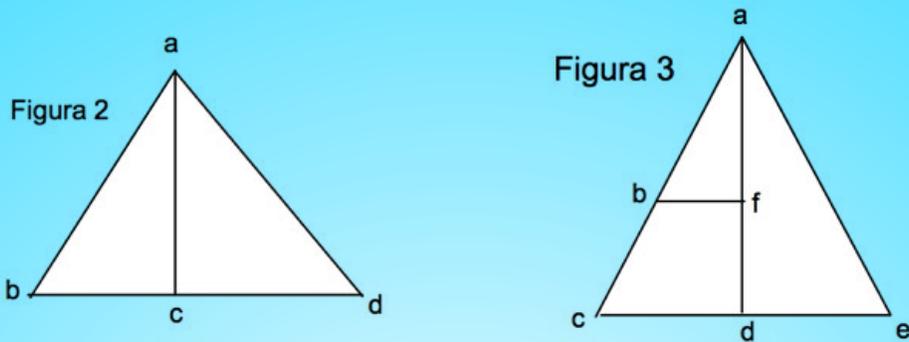
En el vértice **a** se juntan dos líneas, la que empieza en **b** y la que empieza en **f**. En el vértice **f**, se juntan cuatro líneas, las que empiezan en **a**, **b**, **d** y **e**, respectivamente.

Completa la tabla siguiente, indicando el número de líneas que se junta en cada vértice:

Vértice	a	b	c	d	e	f
Número de líneas	2					4

En los números que escribiste, ¿hay algún número impar?

Pongamos nombre a los vértices de las figura 2 y de la figura 3:



Completa las tablas para las figuras 2 y 3, contando cuántas líneas se juntan en cada uno de los vértices que las conforman. Ponle una letra a cada uno de los vértices.

Figura 2

Vértice	a	b	c	d
Número de líneas				

¿Cuántos números impares escribiste?

Figura 3

Vértice	a	b	c	d
Número de líneas				

En los números que pusiste, ¿cuántos números impares escribiste?

Euler demostró que las figuras que pueden ser trazadas sin despegar el lápiz y sin pasar dos veces por el mismo recorrido, cumplen alguna de las siguientes condiciones:

1. El número de líneas que se unen en cada uno de sus vértices es siempre par.
2. El número de vértices a los que llegan un número impar de puntos son solamente 2.

Las figuras que cumplen alguna de las condiciones anteriores se llaman "camino euleriano" o "figuras de Euler".

¿Cuáles de las siguientes son figuras de Euler? En caso de que lo sean, indica el camino que puedes seguir para hacerlas de un solo trazo.

Figura 4



Figura 5

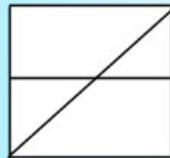


Figura 6

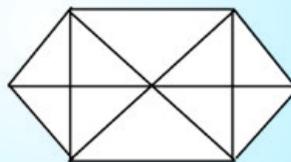
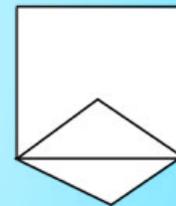


Figura 7



Inventa tus diseños de figuras eulerianas y otras que no lo sean. ¡Pon como reto a tus familiares o amigos que puedan realizar los trazos!